

Документ подписан простой электронной подписью  
Информация о владельце:  
ФИО: Бойко Валерий Леонидович  
Должность: Ректор  
Дата подписания: 08.09.2025 18:18:25  
Уникальный программный ключ:  
1ae60504b2c916e8fb686192f29d3bf1653db777



# Высшая Школа Управления

Негосударственное образовательное частное учреждение высшего  
образования «Высшая школа управления» (ЦКО)  
(НОЧУ ВО «Высшая школа управления» (ЦКО))

## **РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)**

**Б1.О.09 Математика**

**Направление подготовки**

38.03.01

«Экономика»

**Направленность (профиль) подготовки**

Экономика предприятий и организаций

**Квалификация выпускника**

«Бакалавр»

**Форма обучения**

очная

Рабочая программа рассмотрена  
на заседании кафедры  
цифровой экономики и управления и  
государственного администрирования  
«20» марта 2025 г. протокол №8

Заведующий кафедрой д.э.н., доцент  
Н.Р. Куркина

г. Москва, 2025

Рабочая программа дисциплины «Математика» составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО по направлению подготовки 38.03.01 Экономика, утвержденного приказом Министерства образования и науки Российской Федерации № 954 от 12 августа 2020 года (зарегистрирован в Минюсте России 25 августа 2020 г. № 59426).

**Организация-разработчик:** НОЧУ ВО «Высшая школа управления» (ЦКО)

## Содержание

|                                                                                                       |    |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| 1. Цели и задачи освоения дисциплины .....                                                            | 4  |
| 2. Место дисциплины в структуре образовательной программы .....                                       | 4  |
| 3. Планируемые результаты обучения .....                                                              | 5  |
| 4. Структура и содержание дисциплины (модуля).....                                                    | 6  |
| 4.1 Объем дисциплины и виды учебной работы .....                                                      | 6  |
| 4.2 Тематический план дисциплины.....                                                                 | 7  |
| 4.3 Содержание дисциплины.....                                                                        | 8  |
| 4.4. Практическая подготовка .....                                                                    | 16 |
| 5. Учебно-методическое, информационное и материально-техническое обеспечение дисциплины.....          | 16 |
| 5.1 Основная литература.....                                                                          | 16 |
| 5.2 Дополнительная литература .....                                                                   | 17 |
| 5.3 Профессиональные базы данных и информационные справочные системы .....                            | 17 |
| 5.4 Материально-техническое и программное обеспечение (лицензионное и свободно распространяемое)..... | 17 |
| 6. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины.....                                  | 18 |
| 6.1 Занятия лекционного и семинарского (практического) типов.....                                     | 18 |
| 6.2. Самостоятельная работа студентов .....                                                           | 19 |
| 7. Методические рекомендации по обучению лиц с ограниченными возможностями здоровья и инвалидов.....  | 20 |
| Приложение 1. Фонд оценочных средств .....                                                            | 22 |
| 1. Паспорт фонда оценочных средств .....                                                              | 23 |
| 2. Оценочные материалы .....                                                                          | 25 |
| 2.1 Текущий контроль .....                                                                            | 25 |
| 2.2 Промежуточная аттестация .....                                                                    | 31 |

## **1. Цели и задачи освоения дисциплины**

Целью освоения дисциплины «Математика» является формирование у студентов современных знаний и умений, связанных с основными понятиями и методами линейной алгебры и аналитической геометрии, основ математического анализа, необходимых при дальнейшем освоении специальных дисциплин, связанных с профессиональной деятельностью бакалавра данного направления.

Курс математики является фундаментальным курсом, необходимым для овладения теоретическими и практическими знаниями, лежащими в основе общенаучных дисциплин, при описании различных количественных и качественных соотношений. Математика является не только средством решения прикладных задач, но и общепринятым универсальным языком науки, применяемым во всех областях человеческой деятельности.

Математика служит основой и инструментом для подготовки студентов к изучению различных дисциплин, связанных с анализом, прогнозированием и принятием решений в различных областях государственного управления.

## **2. Место дисциплины в структуре образовательной программы**

Дисциплина «Математика» относится к дисциплинам обязательной части блока Б1 «Дисциплины (модули)» учебного плана, согласно ФГОС ВО для направления подготовки 38.03.01 Экономика.

### 3. Планируемые результаты обучения

| Код и наименование компетенции                                                                                                       | Код и наименование индикатора достижения компетенции (ИДК)                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            | Планируемые результаты обучения                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| УК-1. Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач | ИУК-1.1. Анализирует задачу, выделяя ее базовые составляющие<br>ИУК-1.2. Осуществляет поиск, критически оценивает, обобщает, систематизирует и ранжирует информацию, требуемую для решения поставленной задачи<br>ИУК-1.3. Рассматривает и предлагает рациональные варианты решения поставленной задачи, используя системный подход, критически оценивает их достоинства и недостатки | <p><b>Знать:</b> основные этапы развития мировой философской мысли; основные проблемы, теории и методы философии, содержание современных философских дискуссий по проблемам общественного развития; основные философские понятия и категории, закономерности развития природы, общества и мышления.</p> <p><b>Уметь:</b> использовать философский понятийно-категориальный аппарат, основные принципы философии в анализе и оценке социальных проблем и процессов, тенденций, фактов, явлений в их возможном прогнозировании; применять методы и средства познания для интеллектуального развития, повышения культурного уровня, профессиональной компетентности; формировать и аргументировано отстаивать собственную позицию по различным проблемам философии.</p> <p><b>Владеть:</b> приемами применения принципов, законов и категорий, необходимых для оценки и понимания природных явлений, социальных и культурных событий, приемами ведения дискуссии и полемики по мировоззренческой проблематике, изложения собственной позиции; навыками восприятия и анализа текста, имеющего философское содержание; целостной картиной мира, мировоззрением, диалектическим и системным взглядом на объект анализа.</p> |

#### 4. Структура и содержание дисциплины (модуля)

##### 4.1 Объем дисциплины и виды учебной работы

| Виды учебной работы                                    | Объем в часах                                                 |                                                               |
|--------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------|
|                                                        | 216 (6 зачетных единиц)                                       |                                                               |
| Общая трудоемкость дисциплины                          | <b>1 семестр</b><br><b>108 (3 зачетных</b><br><b>единицы)</b> | <b>2 семестр</b><br><b>108 (3 зачетных</b><br><b>единицы)</b> |
| Контактная работа обучающихся с преподавателем (всего) | 54                                                            | 54                                                            |
| Аудиторная работа (всего), в том числе:                | 54                                                            | 54                                                            |
| Лекции                                                 | 18                                                            | 18                                                            |
| Семинары, практические занятия                         | 36                                                            | 36                                                            |
| Лабораторные работы                                    |                                                               |                                                               |
| Внеаудиторная работа (всего):                          | 54                                                            | 54                                                            |
| в том числе:<br>консультация по дисциплине             |                                                               |                                                               |
| Самостоятельная работа обучающихся (всего)             | 54                                                            | 54                                                            |
| Вид промежуточной аттестации обучающегося              | <b>Зачет</b>                                                  | <b>Зачет с оценкой</b>                                        |

## 4.2 Тематический план дисциплины

| Наименование разделов и тем                                              | Семестр | Виды учебной работы, включая самостоятельную работу обучающихся и трудоемкость (в часах) |                           |      |      |                                   |                        |                           | Компетенции |
|--------------------------------------------------------------------------|---------|------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------|------|------|-----------------------------------|------------------------|---------------------------|-------------|
|                                                                          |         | Всего                                                                                    | Из них аудиторные занятия |      |      | Самост<br>оательн<br>ая<br>работа | Курсо<br>вая<br>работа | Контро<br>льная<br>работа |             |
|                                                                          |         |                                                                                          | Лек<br>ции                | Л.Р. | П.З. |                                   |                        |                           |             |
| Тема 1 Значение и роль математики в научной и практической деятельности. | 1       | 22                                                                                       | 4                         |      | 8    | 10                                |                        |                           | УК-1        |
| Тема 2 Матричная алгебра.                                                | 1       | 22                                                                                       | 4                         |      | 8    | 10                                |                        |                           | УК-1        |
| Тема 3 Элементы векторной алгебры.                                       | 1       | 22                                                                                       | 4                         |      | 8    | 10                                |                        |                           | УК-1        |
| Тема 4 Системы линейных алгебраических уравнений.                        | 1       | 22                                                                                       | 4                         |      | 6    | 12                                |                        |                           | УК-1        |
| Тема 5 Аналитическая геометрия на плоскости                              | 1       | 20                                                                                       | 2                         |      | 6    | 12                                |                        |                           | УК-1        |
| Тема 6 Аналитическая геометрия в пространстве                            | 2       | 26                                                                                       | 4                         |      | 8    | 14                                |                        |                           | УК-1        |
| Тема 7 Элементы теории множеств.                                         | 2       | 26                                                                                       | 4                         |      | 8    | 14                                |                        |                           | УК-1        |
| Тема 8 Функции одной независимой переменной.                             | 2       | 28                                                                                       | 4                         |      | 10   | 14                                |                        |                           | УК-1        |
| Тема 9 Дифференциальное исчисление функции одной независимой переменной. | 2       | 28                                                                                       | 6                         |      | 10   | 12                                |                        |                           | УК-1        |
| Итого по дисциплине                                                      |         | 216                                                                                      | 36                        |      | 72   | 108                               |                        |                           |             |

### 4.3 Содержание дисциплины

#### **Тема 1. Значение и роль математики в научной и практической деятельности.**

##### Краткое содержание лекции

Исторически составные части математики: арифметика и геометрия выросли, из нужд практики, из необходимости индуктивного решения различных практических задач. При создании теоретических основ математики, основ математики как научного языка, формального языка наук, различных теоретических построений стали важными элементами различные обобщения и абстракции, исходящие из этих практических задач, и их инструментария.

Математика стала не просто лишь полезным практическим аппаратом, но и основным инструментом выявления внутренней сущности явлений и процессов, построения различных теоретических выводов, формальных оснований наук.

Основой развития математики в XX веке стал сформировавшийся формальный язык цифр, символов, операций, геометрических образов, структур, соотношений для формально-логического описания действительности, - то есть сформировался формальный, научный язык всех отраслей знания, в первую очередь, естественнонаучных. Этот язык успешно используется в настоящее время и в других, "не естественнонаучных" областях. Язык математики – это искусственный, формальный язык, со всеми его недостатками (например, малой образностью) и достоинствами (например, сжатостью описания).

Положение математики в современном мире далеко не то, каким оно было сто или даже только сорок лет назад. Математика превратилась в повседневное орудие исследования в физике, астрономии, биологии, инженерном деле, организации производства и многих других областях теоретической и прикладной деятельности. Многие крупные врачи, экономисты и специалисты в области социальных исследований считают, что дальнейший прогресс их дисциплин тесно связан с более широким и полнокровным использованием математических методов, чем это было до настоящего времени. Не зря греческие ученые говорили, что математика есть ключ ко всем наукам.

Математика содержит в себе черты волевой деятельности, умозрительного рассуждения и стремления к эстетическому совершенству. Ее основные и взаимно противоположные элементы - логика и интуиция, анализ и конструкция, общность и конкретность. Математика встречается и используется в повседневной жизни, следовательно, определенные математические навыки нужны каждому человеку.

Математические знания и навыки необходимы практически во всех профессиях. Прежде всего, конечно, в тех, что связаны с естественными науками, техникой и



экономикой. Математика является языком естествознания и техники и потому профессия естествоиспытателя и инженера требует серьезного овладения многими профессиональными сведениями, основанными на математике. Военная безопасность, экономическая и технологическая независимость страны зависят от математической грамотности ее граждан, причем основной массы, а не элитной группы. Трудно переоценить важность математики, математической образованности и математической культуры в современном мире. Вся современная наука пронизана математическими методами и математическими идеями.

Математическое моделирование должно стать обязательным этапом, предшествующим принятию любого ответственного решения. Достижения советско-российской математической науки и математического образования общеизвестны и общепризнаны. Именно они стали основой многих реальных успехов России советского периода. Российская математическая школа оказала серьезное влияние и на развитие мировой науки и образования во второй половине XX века. Ее учеников можно встретить во всех сколько-нибудь крупных научных центрах планеты. Но сегодня мы с горечью наблюдаем значительное снижение математической образованности нашего общества, падение его математической культуры. Многочисленные так называемые инновации разрушают традиции

## **Тема 2. Матричная алгебра**

Матрицей размера  $m \times n$  называется упорядоченная прямоугольная таблица (или массив) чисел или символов, содержащая  $m$  строк и  $n$  столбцов. Числа, входящие в описание матрицы, называемые ее элементами (или компонентами), характеризуются как своим значением, так и номерами строк и столбцов, на пересечении которых они расположены. Условимся обозначать элемент матрицы, расположенный в  $i$ -й строке и  $j$ -м столбце, как  $a_{ij}$ , а сами матрицы будем обозначать заглавными буквами латинского алфавита, например,  $A$ .

Числа  $m$ ,  $n$  и  $m \times n$  называются размерами матрицы.

Над матрицами можно выполнять арифметические операции. Сложение и вычитание матриц сводится к соответствующим операциям над их элементами. Самым главным свойством этих операций является то, что они определены только для матриц одинакового размера. Таким образом, возможно определить операции сложения и вычитания матриц и умножение матрицы на число.

В операции умножения матриц есть характерная особенность: произведение матриц  $A$  и  $B$  имеет смысл, если число столбцов первого множителя равно числу строк второго.

При этом получается матрица, имеющая столько строк, сколько их имеет первый множитель и столько столбцов, сколько их имеет второй. Операции деления матриц не существует, но аналог делению имеет место, так называемая обратная матрица.

**Теория определителей** Для квадратных матриц существует специальная числовая характеристика, называемая главной характеристикой квадратной матрицы, которая называется ее определителем или детерминантом.

Определителем второго порядка называется число равное разности произведений элементов главной и побочной диагонали. Определитель третьего порядка вычислить легко, если применить правило треугольников или звездочки, применяя соответствующую схему. Можно применить также правило добавления столбцов или строк.

Определители обладают рядом свойств, которые позволяют вычислять детерминанты порядок которых выше, чем три, применяя впоследствии теорему Лапласа.

**Обратная матрица, ранг матрицы.** Для любой прямоугольной матрицы можно определить некоторое число, которое называется ее рангом и является ее важнейшей характеристикой.

Пусть дана произвольная матрица, состоящая из  $m$  строк и  $n$  столбцов

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & \cdots & a_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & \cdots & a_{mn} \end{bmatrix}.$$

Выделим в ней произвольным образом  $r$  строк и  $r$  столбцов, на пересечении которых стоят элементы, образующие квадратную подматрицу  $r$ -го порядка. Определитель такой матрицы будем называть минором  $r$ -го порядка матрицы  $A$ . Таких миноров можно составить несколько. Максимальный порядок миноров равен минимальному из размеров матрицы, т. е. минимальному из чисел  $m$  и  $n$ . *Рангом* матрицы  $A$  называется наибольший из порядков отличных от нуля ее миноров. Для вычисления ранга матрицы применяют два метода: окаймляющих миноров и элементарных преобразований матрицы.

Матрицу  $A^{-1}$  называют обратной по отношению к квадратной матрице  $A$ , если при умножении этой матрицы на матрицу  $A$  как справа, так и слева получается единичная матрица:  $A^{-1} A = A A^{-1} = E$ . Из определения следует, что обратная матрица является квадратной матрицей того же порядка, что и матрица  $A$ . Можно отметить, что понятие обратной матрицы аналогично понятию обратного числа.

### **Тема 3. Элементы векторной алгебры**

Пространство, в котором введены декартовы координаты  $x, y, z$ , так, что выполняются условия: разным точкам пространства соответствуют разные наборы координат и каждому набору  $x, y, z$  соответствует какая-то точка  $P$ , изучаемого пространства, называется 3-х

мерным векторным пространством и обозначается  $R^3$  ( $R^2$  – двухмерное векторное пространство – плоскость;  $R^1$  одномерное векторное пространство – прямая). Координаты – (от латинского слова) упорядоченный, определённый.

Вектором размерности  $n$ , или  $n$ - мерным вектором, называется любой упорядоченный набор из  $n$  чисел, которые называются координатами или компонентами вектора.

Векторы обозначаются малыми буквами латинского алфавита, например,  $x=(1; 2; 3)$ .

Если численные значения координат вектора не конкретизированы, то их обозначают такими же буквами, наделяя нижним порядковым индексом.

Совокупность векторов размерности  $n$ , называется  $n$ - мерным векторным пространством и обозначается  $R^n$ .

Любой  $n$ - мерный вектор можно интерпретировать как точку  $n$ - мерного векторного пространства, которая является его концом. Следовательно, понятие вектора пространства  $R^n$  и точки пространства  $R^n$  тождественны. Нулевым вектором размерности  $n$ , или  $n$ - мерным вектором, называется любой упорядоченный набор из  $n$  чисел, каждая координата которого равна нулю. Нулевой вектор, или просто точка  $O$  является началом координат пространства  $R^n$ .

Геометрическое и аналитическое определение вектора. Понятие неотрицательного ортанта пространства  $R^n$ . Арифметические операции над векторами (геометрическая сумма, разность векторов, умножение вектора на число). Арифметические операции над векторами в координатной форме.

Скалярное, векторное и смешанное произведение векторов и свойства этих произведений (аналитические и геометрические).

#### **Тема 4. Системы линейных алгебраических уравнений**

Основной задачей линейной алгебры является изучение систем линейных алгебраических уравнений. Ниже рассмотрим, что представляют собой общие линейные системы, и как матричное исчисление применяется к анализу таких систем.

Решить систему линейных алгебраических уравнений – это значит по заданной СЛАУ уметь ответить на следующие вопросы.

Имеет ли данная СЛАУ решение, т. е. совместна ли она?

Если решение СЛАУ существует является ли оно единственным? Если да, как его найти?

Если неединственное, то как найти бесконечное множество решений СЛАУ?

Ответы на сформулированные вопросы зависят от свойств матрицы системы и матрицы свободных членов (матрицы правых частей) системы. Следует заметить, что в

корне отличаются однородные и неоднородные системы, а также системы с числом неизвестных, меньшим числа уравнений, от систем с противоположным признаком. Как правило, при  $m < n$  (система оказывается не доопределённой, если уравнения системы не противоречивы) надо ожидать неединственности решений, а при  $m > n$  (система перегружена уравнениями, т. е. переопределённая, если только нет лишних уравнений) – несовместности системы. Совместная система линейных уравнений называется определённой, если она имеет единственное решение, и неопределённой, если она имеет бесчисленное множество решений.

Рассмотрим линейную систему, в которой число уравнений равно числу неизвестных. Матрица коэффициентов системы является невырожденной, т. е. ее детерминант отличен от нуля. Такие СЛАУ можно решить различными методами: Правило Крамера, матричный метод и методом последовательных исключений Гаусса, который является полезным рабочим инструментом для нахождения решений СЛАУ в конкретных примерах и лежит в основе большинства численных методов решений с использованием вычислительной техники.

Система  $m$  уравнений с  $n$  неизвестными вида:

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + \dots + a_{1n}x_n = 0 \\ \dots \quad \dots \quad \dots \\ a_{m1}x_1 + \dots + a_{mn}x_n = 0 \end{cases},$$

называется линейной однородной системой.

Следуя формулам Крамера, можно сделать вывод:

- 1)  $\Delta \neq 0, m=n$  – система имеет единственное нулевое решение;
- 2)  $\Delta \neq 0, m < n$  – система имеет бесчисленное множество решений и среди этих решений могут быть и ненулевые.

Пусть  $\Delta = 0$ , тогда при вычислениях по формулам Крамера, имеем  $\frac{0}{0}, \frac{0}{0}, \frac{0}{0}$ .

Возьмём  $r(A) < n$ , и по теореме Кронекера – Капелли система имеет бесчисленное множество решений в том числе и ненулевое.

Вывод. Однородная система уравнений всегда совместна и имеет ненулевое решение только тогда, когда определитель системы равен нулю  $\Delta = 0$ .

## Тема 5. Аналитическая геометрия на плоскости

Аналитическая геометрия имеет своей задачей изучение свойств геометрических объектов при помощи аналитического метода. В основе этого метода лежит метод координат, впервые применённый Декартом (великий французский математик и философ 1596-1650). Начальные (основные) понятия аналитической геометрии – точка, прямая

линия, плоскость, поверхность.

Линия  $L$  – это геометрическое множество точек, координаты которых удовлетворяют уравнению  $F(x, y) = 0$ . Для более удобного построения линий  $L$ , часто вводят вспомогательную переменную или параметр  $t$  и приходят к параметрическому уравнению линии.

Прямая линия на плоскости может быть задана различными уравнениями:  $Ax + By + C = 0$  – общее уравнение прямой, и которого получаются различные неполные уравнения прямой.

- 1)  $C=0, Ax + By = 0$  – прямая проходит через начало координат.
- 2)  $B=0, Ax + C = 0$  – прямая параллельна оси  $Oy$ .
- 3)  $A=0, By + C = 0$  – прямая параллельна оси  $Ox$ .
- 4)  $B=C=0, Ax=0, x=0$  – ось  $Oy$ .
- 5)  $A=C=0, By=0, y=0$  – ось  $Ox$ .

А также уравнение прямой в отрезках: обе части общего уравнения разделим на величину  $C \neq 0$ , получим  $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$  уравнение прямой в отрезках,  $a$  и  $b$  – отрезки, отсекаемые прямой от соответствующих осей координат  $Ox, Oy$  и другие уравнения.

Кривой второго порядка называется линия, определяемая уравнением второй степени

$$Ax^2 + 2Bxy + Cy^2 + 2Dx + 2Ey + F = 0.$$

Окружностью называется геометрическое место точек плоскости, равноудалённых от одной фиксированной точки, называемой центром.

Согласно определению каноническое уравнение окружности может быть записано в виде  $(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$ ,  $C(a, b)$  – центр окружности,  $r$  – радиус окружности.

Эллипсом называется множество точек плоскости, сумма расстояний каждой из которых от двух заданных точек этой плоскости, называемых фокусами, есть величина постоянная (при условии, что эта величина больше расстояния между фокусами)

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1, \text{ где } a^2 - c^2 = b^2.$$

Отношение  $\frac{c}{a} = \varepsilon < 1$  называется эксцентриситетом эллипса.

Гипербола – это геометрическое место точек абсолютная величина разности расстояний каждой из которых от 2-х данных точек, называемых фокусами есть величина постоянная (при условии, что эта величина не равна нулю и меньше расстояния между фокусами)

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1.$$

Гипербола называется равнобочной, если выполняется равенство  $a = b \Rightarrow x^2 -$

$$y^2 = a^2.$$

Парабола – множество точек плоскости, равноудалённых от данной точки, называемой фокусом и данной прямой, называемой директрисой (фокус не лежит на директрисе)

$$y^2 = 2px.$$

### **Тема 6. Аналитическая геометрия в пространстве**

Плоскость в пространстве и ее различные уравнения (общее, неполные, в отрезках и др.). Взаимное расположение плоскостей и угол между ними. Прямая в пространстве и ее различные уравнения (общее, неполные, в отрезках, каноническое, параметрические и др.). Взаимное расположение прямой и плоскости.

### **Тема 7. Элементы теории множеств.**

Под множествами понимается совокупность любых объектов, мыслимая как единое целое. Множества могут состоять их объектов самой различной природы. Их элементами могут быть буквы, атомы, числа, уравнения, точки, углы и т. д. Именно этим объясняется чрезвычайная широта теории множеств и ее приложение к самым разнообразным областям знания (математике, физике, экономике, лингвистике и т. д.). Считают, что множество определяется своими элементами, то есть множество задано, если о любом объекте можно сказать, принадлежит он этому множеству или не принадлежит. Различают два способа задания множеств. Множество можно задать с помощью перечисления элементов. Например, если множество  $A$  состоит из элементов  $a, b, c$ , то пишут:  $A = \{a, b, c\}$ . Не каждое множество можно задать с помощью перечисления элементов. Множества, все элементы которых можно перечислить называют конечными. Множества, все элементы которых нельзя перечислить называют бесконечными.

Множество можно задать с помощью указания характеристического свойства. Характеристическим свойством данного множества называется свойство, которым обладают все элементы этого множества и не обладают ни один, не принадлежащий ему элемент. Обозначается:  $A = \{x | \dots\}$ , где после вертикальной черты записывается характеристическое свойство элементов данного множества. Например,  $B = \{1, 2, 3\}$ . Нетрудно заметить, что каждый элемент множества  $B$  – натуральное число, меньшее 4. Именно это свойство элементов множества  $B$  является для него характеристическим. В этом случае пишут: и читают: «Множество  $B$  состоит из таких элементов  $x$ , что  $x$  принадлежит множеству натуральных чисел и  $x$  меньше четырех» или множество  $B$  состоит из натуральных чисел, меньших 4.

### **Тема 8. Функции одной независимой переменной.**

Функцией (отображением), заданной на множестве, называется правило, по которому каждому элементу множества ставится в соответствие единственный элемент множества. Множество называется областью определения функции, а множество—областью значений. Элемент называется аргументом, или независимой переменной, а соответствующий элемент -значением функции, или зависимой переменной. Если и являются числовыми множествами, то называется числовой функцией одной переменной.

Функция называется возрастающей на интервале, если большим значениям аргумента соответствуют большие значения функции и называется убывающей на интервале, если большим значениям аргумента соответствуют меньшие значения функции. Например, функция - возрастающая на всей числовой оси, а функция- убывающая на промежутках. Для функциональной зависимости между переменными величинами и выбор одной из них в качестве независимой переменной может быть сделан по нашему усмотрению. Функция, в которой переменные поменялись своими ролями, называется обратной по отношению к первоначальной функции. А первоначальная функция является обратной по отношению к полученной обратной, так что эти две функции естественно назвать взаимно обратными.

Предел функции в точке (определение предела на языке последовательностей и на языке " $\varepsilon - \delta$ "). Предел арифметических операций над функциями с общей областью определения. Предельный переход в неравенствах. Первый и второй замечательные пределы.

Бесконечно малые и бесконечно большие функции.

Непрерывность функции. Непрерывность на отрезке и интервале. Арифметические операции над непрерывными функциями. Непрерывность элементарных функций. Точки разрыва функции и их классификация. Кусочно-непрерывные функции. Примеры непрерывных и разрывных экономических показателей и процессов.

Основные свойства непрерывных функций

## **Тема 9. Дифференциальное исчисление функции одной независимой переменной.**

Производная: определение производной и ее геометрический смысл, уравнение касательной к графику дифференцируемой функции. Односторонние и бесконечные производные. Дифференцируемость и дифференциал функции. Непрерывность дифференцируемой функции, необходимое и достаточное условие дифференцируемости, геометрический смысл дифференциала и его использование для приближенного вычисления значения функции.

Дифференцирование суммы, разности, произведения и частного. Производные

постоянной, степенной, тригонометрических и логарифмических функций. Производная обратной функции. Производные показательной и обратных тригонометрических функций. Производная сложной функции. Логарифмическая производная и ее интерпретация как темпа прироста функции.

Эластичность функции. Производная показательно-степенной функции и степенной функции с произвольным вещественным показателем. Дифференцирование параметрически заданных и неявно заданных функций. Производные и дифференциалы высших порядков. Инвариантность формы первого дифференциала. Понятие о предельном анализе в экономике: производная как показатель мгновенного прироста или скорости изменения функции; простейшие предельные характеристики – предельный доход; предельная прибыль; предельный продукт.

#### **4.4. Практическая подготовка**

Практическая подготовка реализуется путем проведения практических занятий, предусматривающих участие обучающихся в выполнении отдельных элементов работ, связанных с будущей профессиональной деятельностью.

Объем занятий в форме практической подготовки составляет 72 часов.

### **5. Учебно-методическое, информационное и материально-техническое обеспечение дисциплины**

#### **5.1 Основная литература**

1. Попов А.М. Информатика и математика [Электронный ресурс]: учебное пособие для студентов вузов, обучающихся по специальности «Юриспруденция» (030501) / Попов А.М., Сотников В.Н., Нагаева Е.И. — Электрон. текстовые данные. — М.: ЮНИТИ-ДАНА, 2014. — 302 с. — Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/7039>. — ЭБС «IPRbooks»,
2. Филипенко О.В. Математика : учебное пособие / Филипенко О.В.. — Минск : Республиканский институт профессионального образования (РИПО), 2019. — 268 с. — ISBN 978-985-503-932-8. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: <http://www.iprbookshop.ru/94336.html>
3. Шапкин А.С. Задачи с решениями по высшей математике, теории вероятностей, математической статистике, математическому программированию [Электронный ресурс]: учебное пособие для бакалавров / Шапкин А.С., Шапкин В.А. — Электрон. текстовые данные. — М.: Дашков и К, 2016. — 432 с. — Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/5103>. — ЭБС «IPRbooks»



4. Югова Н.В. Высшая математика. Дифференциальные уравнения : учебно-методическое пособие / Югова Н.В.. — Новосибирск : Новосибирский государственный технический университет, 2020. — 28 с. — ISBN 978-5-7782-4111-4. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: <http://www.iprbookshop.ru/99175.html>

## 5.2 Дополнительная литература

1. Богомолов, Н. В. Математика: учебник для прикладного бакалавриата / Н. В. Богомолов, П. И. Самойленко. — 5-е изд., перераб. и доп. — Москва: Издательство Юрайт, 2019. — 401 с.
2. Ермаков В.И. Общий курс высшей математики для экономистов. — М.: ИНФРА-М, 2014.
3. Красс М.С., Чупрынов Б.П. Математика для экономистов учеб. пособие для вузов. — СПб: Питер, 2014.
4. Кремер Н.Ш. Высшая математика для экономических специальностей. (1 и 2 части) — М.: Высшее образование, 2015.
5. Татарников О. В. Математика для экономистов. Практикум: учебное пособие для академического бакалавриата / О. В. Татарников [и др.]; под общей редакцией О. В. Татарникова. — Москва: Издательство Юрайт, 2019. — 285 с.
6. Шипачев, В. С. Математика: учебник и практикум для вузов / В. С. Шипачев; под редакцией А. Н. Тихонова. — 8-е изд., перераб. и доп. — Москва: Издательство Юрайт, 2019. — 447 с.

## 5.3 Профессиональные базы данных и информационные справочные системы

1. [www.asi.org.ru](http://www.asi.org.ru) — Агентство социальной информации.
2. [www.garant.ru](http://www.garant.ru) — Справочная правовая система «Гарант».
3. [www.consultant.ru](http://www.consultant.ru) — Справочная правовая система «Консультант Плюс».
4. [www.edu.ru](http://www.edu.ru) — Российское образование. Федеральный портал.
5. [www.mvd.ru](http://www.mvd.ru) — Министерство внутренних дел Российской Федерации.

## 5.4 Материально-техническое и программное обеспечение (лицензионное и свободно распространяемое)

| Наименование дисциплины (модуля), практик в соответствии с учебным | Наименование специальных помещений и помещений для самостоятельной работы | Оснащенность специальных помещений и помещений для самостоятельной работы | Перечень лицензионного программного обеспечения. |
|--------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------|
|--------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------|

| планом                |                                      |                                                                                                                                                                                                                                      |                                                                                                                                                                                                  |
|-----------------------|--------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Б1.О.08<br>Математика | Кабинет математики                   | Учебные места, оборудованные блочной мебелью, рабочее место преподавателя в составе стол, стул, тумба, компьютер с выходом в сеть интернет, экран, мультимедийный проектор, телевизор, тематические стенды, презентационный материал | Microsoft Windows XP<br>Microsoft Office<br>Kaspersky Endpoint для бизнеса<br>КонсультантПлюс<br>AdobeReader<br><a href="#">Cisco WebEx</a><br>Информационно-коммуникационная платформа «Сферум» |
|                       | Аудитория для самостоятельной работы | Учебные места, оборудованные блочной мебелью, компьютерами с выходом в сеть интернет, многофункциональное устройство                                                                                                                 |                                                                                                                                                                                                  |

## 6. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

### 6.1 Занятия лекционного и семинарского (практического) типов

Методические указания для занятий лекционного типа. В ходе лекционных занятий обучающемуся необходимо вести конспектирование учебного материала, обращать внимание на категории, формулировки, раскрывающие содержание тех или иных явлений и процессов, научные выводы и практические рекомендации. Необходимо задавать преподавателю уточняющие вопросы с целью уяснения теоретических положений, разрешения спорных ситуаций.

Целесообразно дорабатывать свой конспект лекции, делая в нем соответствующие записи из основной и дополнительной литературы, рекомендованной преподавателем и предусмотренной учебной программой дисциплины.

Методические указания для занятий семинарского (практического) типа. Практические занятия позволяют развивать у обучающегося творческое теоретическое мышление, умение самостоятельно изучать литературу, анализировать практику; учат четко формулировать мысль, вести дискуссию, то есть имеют исключительно важное значение в развитии самостоятельного мышления.

Подготовка к практическому занятию включает два этапа. На первом этапе обучающийся планирует свою самостоятельную работу, которая включает: уяснение задания на самостоятельную работу; подбор основной и дополнительной литературы; составление плана работы, в котором определяются основные пункты предстоящей подготовки. Составление плана дисциплинирует и повышает организованность в работе. Второй этап включает непосредственную подготовку к занятию, которая начинается с изучения основной и дополнительной литературы. Особое внимание при этом необходимо

обратить на содержание основных положений и выводов, объяснение явлений и фактов, уяснение практического приложения рассматриваемых теоретических вопросов. Далее следует подготовить тезисы для выступлений по всем учебным вопросам, выносимым на практическое занятие или по теме, вынесенной на дискуссию (круглый стол), продумать примеры с целью обеспечения тесной связи изучаемой темы с реальной жизнью. Готовясь к докладу или выступлению в рамках интерактивной формы (дискуссия, круглый стол), при необходимости следует обратиться за помощью к преподавателю.

## **6.2. Самостоятельная работа студентов**

Самостоятельная работа студентов предусмотрена учебным планом по дисциплине в объеме 108 часов. Самостоятельная работа реализуется в рамках программы освоения дисциплины в следующих формах:

- работа с конспектом занятия (обработка текста);
- проработка тематики самостоятельной работы;
- написание контрольной работы;
- поиск информации в сети «Интернет» и литературе;
- выполнение индивидуальных заданий;
- подготовка к сдаче зачета, зачета с оценкой.

Самостоятельная работа проводится с целью:

- систематизации и закрепления полученных теоретических знаний и практических умений обучающихся;
- углубления и расширения теоретических знаний студентов;
- формирования умений использовать нормативную, правовую, справочную документацию, учебную и специальную литературу;
- развития познавательных способностей и активности обучающихся: творческой инициативы, самостоятельности, ответственности, организованности; формирование самостоятельности мышления, способностей к саморазвитию, совершенствованию и самоорганизации;
- развитию исследовательских умений студентов.

Технология организации самостоятельной работы обучающихся включает использование информационных и материально-технических ресурсов: библиотека с читальным залом, компьютерные классы с возможностью работы в Интернет, аудитории для самостоятельной работы.

Перед выполнением обучающимися внеаудиторной самостоятельной работы преподаватель проводит консультирование по выполнению задания, который включает

цель задания, его содержания, сроки выполнения, ориентировочный объем работы, основные требования к результатам работы, критерии оценки.

Самостоятельная работа может осуществляться индивидуально или группами обучающихся в зависимости от цели, объема, конкретной тематики самостоятельной работы, уровня сложности, уровня умений обучающихся.

Контроль самостоятельной работы студентов предусматривает:

- соотнесение содержания контроля с целями обучения;
- объективность контроля;
- валидность контроля (соответствие предъявляемых заданий тому, что предполагается проверить);
- дифференциацию контрольно-измерительных материалов.

Формы контроля самостоятельной работы:

- просмотр и проверка выполнения самостоятельной работы преподавателем;
- организация самопроверки, взаимопроверки выполненного задания в группе;
- обсуждение результатов выполненной работы на занятии;
- проведение письменного опроса;
- проведение устного опроса; организация и проведение индивидуального собеседования;
- организация и проведение собеседования с группой.

## **7. Методические рекомендации по обучению лиц с ограниченными возможностями здоровья и инвалидов**

Обучение по дисциплине обучающихся с ограниченными возможностями здоровья (далее – ОВЗ) осуществляется с учетом особенностей психофизического развития, индивидуальных возможностей и состояния здоровья таких обучающихся.

Содержание образования и условия организации обучения, обучающихся с ОВЗ определяются адаптированной образовательной программой, а для инвалидов также в соответствии с индивидуальной программой реабилитации инвалида.

Освоение дисциплины обучающимися с ОВЗ может быть организовано как совместно с другими обучающимися, так и в отдельных группах. Предполагаются специальные условия для получения образования обучающимися с ОВЗ.

Профессорско-педагогический состав знакомится с психолого-физиологическими особенностями обучающихся инвалидов и лиц с ОВЗ, индивидуальными программами реабилитации инвалидов (при наличии).

В курсе предполагается использовать социально-активные и рефлексивные методы обучения, технологии социокультурной реабилитации с целью оказания помощи в установлении полноценных межличностных отношений с другими студентами, создании комфортного психологического климата в студенческой группе. Подбор и разработка учебных материалов производятся с учетом предоставления материала в различных формах: аудиальной, визуальной, с использованием специальных технических средств и информационных систем.

Освоение дисциплины лицами с ОВЗ осуществляется с использованием средств обучения общего и специального назначения (персонального и коллективного использования). Материально-техническое обеспечение предусматривает приспособление аудиторий к нуждам лиц с ОВЗ.

Форма проведения аттестации для студентов-инвалидов устанавливается с учетом индивидуальных психофизических особенностей. Для студентов с ОВЗ предусматривается доступная форма предоставления заданий как оценочных средств, а именно:

- в печатной или электронной форме (для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата);
- в печатной форме или электронной форме с увеличенным шрифтом и контрастностью (для лиц с нарушениями слуха, речи, зрения);
- методом чтения ассистентом задания вслух (для лиц с нарушениями зрения).

Студентам с инвалидностью увеличивается время на подготовку ответов на контрольные вопросы. Для таких студентов предусматривается доступная форма предоставления ответов на задания, а именно:

- письменно на бумаге или набором ответов на компьютере (для лиц с нарушениями слуха, речи);
- выбором ответа из возможных вариантов с использованием услуг ассистента (для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата);
- устно (для лиц с нарушениями зрения, опорно-двигательного аппарата).
- при необходимости для обучающихся с инвалидностью процедура оценивания результатов обучения может проводиться в несколько этапов.

**Фонд оценочных средств  
для текущего контроля и промежуточной аттестации  
при изучении дисциплины  
Б1.О.08 Математика**

г. Москва, 2025

## 1. Паспорт фонда оценочных средств

| Контролируемые разделы (темы) дисциплины                          | Код и наименование компетенции                                                                                                      | Индикатор достижения компетенции | Наименование оценочного средства                                                                                       |
|-------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Значение и роль математики в научной и практической деятельности. | УК-1 Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач | ИУК 1.1<br>ИУК 1.2<br>ИУК 1.3    | Опрос, доклад, тест, задачи при разборе конкретных ситуаций, контрольная работа, решение задач, зачет, зачет с оценкой |
| Матричная алгебра.                                                | УК-1 Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач | ИУК 1.1<br>ИУК 1.2<br>ИУК 1.3    | Опрос, доклад, тест, задачи при разборе конкретных ситуаций, контрольная работа, решение задач, зачет, зачет с оценкой |
| Элементы векторной алгебры.                                       | УК-1 Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач | ИУК 1.1<br>ИУК 1.2<br>ИУК 1.3    | Опрос, доклад, тест, задачи при разборе конкретных ситуаций, контрольная работа, решение задач, зачет, зачет с оценкой |
| Системы линейных алгебраических уравнений.                        | УК-1 Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач | ИУК 1.1<br>ИУК 1.2<br>ИУК 1.3    | Опрос, доклад, тест, задачи при разборе конкретных ситуаций, контрольная работа, решение задач, зачет, зачет с оценкой |
| Аналитическая геометрия на плоскости                              | УК-1 Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач | ИУК 1.1<br>ИУК 1.2<br>ИУК 1.3    | Опрос, доклад, тест, задачи при разборе конкретных ситуаций, контрольная работа, решение задач, зачет, зачет с оценкой |

|                                                                   |                                                                                                                                     |                               |                                                                                                                        |
|-------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Аналитическая геометрия в пространстве                            | УК-1 Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач | ИУК 1.1<br>ИУК 1.2<br>ИУК 1.3 | Опрос, доклад, тест, задачи при разборе конкретных ситуаций, контрольная работа, решение задач, зачет, зачет с оценкой |
| Элементы теории множеств.                                         | УК-1 Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач | ИУК 1.1<br>ИУК 1.2<br>ИУК 1.3 | Опрос, доклад, тест, задачи при разборе конкретных ситуаций, контрольная работа, решение задач, зачет, зачет с оценкой |
| Функции одной независимой переменной.                             | УК-1 Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач | ИУК 1.1<br>ИУК 1.2<br>ИУК 1.3 | Опрос, доклад, тест, задачи при разборе конкретных ситуаций, контрольная работа, решение задач, зачет, зачет с оценкой |
| Дифференциальное исчисление функции одной независимой переменной. | УК-1 Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач | ИУК 1.1<br>ИУК 1.2<br>ИУК 1.3 | Опрос, доклад, тест, задачи при разборе конкретных ситуаций, контрольная работа, решение задач, зачет, зачет с оценкой |

Этапы формирования компетенций в процессе освоения ОПОП прямо связаны с местом дисциплин в образовательной программе. Каждый этап формирования компетенции, характеризуется определенными знаниями, умениями и навыками и (или) опытом профессиональной деятельности, которые оцениваются в процессе текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по дисциплине (практике) и в процессе итоговой аттестации. Итоговая оценка по дисциплине «Математика» сформированности компетенций определяется в период подготовки и сдачи зачета и зачета с оценкой.



## 2. Оценочные материалы

### 2.1 Текущий контроль

#### ТЕМЫ ДОКЛАДОВ ПО МАТЕМАТИКЕ ДЛЯ СТУДЕНТОВ

Доклад на 5-10 минут готовить в электронном виде в одном из форматов: pdf, doc.

1. Метаматематика.
2. Парадоксы теории множеств.
3. Аксиоматический метод.
4. Теоремы Гёделя о неполноте.
5. Теоретико-множественный способ обоснования математики.
6. Аксиома выбора и альтернативные аксиомы.
7. Конструктивизм и интуиционизм в математике.
8. Логическое обоснование математики
9. Нечёткие множества и математика на её основе.
10. Модальная логика.
11. Метод математической индукции Алгебра
12. Основная теорема алгебры.
13. Великая теорема Ферма.
14. Бинарная система счисления.
15. Булевы алгебры 1
16. Симметрии в живой природе
17. Математика в кристаллографии.
18. Кодирование информации.
19. Геометрия Лобачевского.
20. Геометрия Римана.
21. Многомерные пространства.
22. Бесконечномерные пространства и, в частности, гильбертовы пространства.

Шкала и критерии оценивания докладов (рефератов)

| Шкала оценивания    | Критерии оценивания                                                                                                                           |
|---------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| «отлично»           | Обучающийся глубоко и содержательно раскрывает тему доклада (реферата), не допустив ошибок. Ответ носит развернутый и исчерпывающий характер  |
| «хорошо»            | Обучающийся в целом раскрывает тему доклада (реферата), однако ответ хотя бы на один из них не носит развернутого и исчерпывающего характера. |
| «удовлетворительно» | Обучающийся в целом раскрывает тему доклада (реферата) и допускает ряд неточностей, фрагментарно раскрывает                                   |

|  |                                                                                                        |
|--|--------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|  | содержание теоретических вопросов или их раскрывает содержательно, но допуская значительные неточности |
|--|--------------------------------------------------------------------------------------------------------|

## ПРИМЕРНАЯ ТЕМАТИКА КОНТРОЛЬНЫХ РАБОТ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

### Контрольная работа

#### по теме «Матричная алгебра»

Типовой вариант контрольной работы.

Задание 1. Найти значение матричного многочлена.

$$1. A^2 - 2A^T \cdot A + 3, \text{ если } A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 0 \\ 1 & -2 & -1 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}.$$

Задание 2. Решить матричное уравнение.

$$1. x \cdot \begin{pmatrix} 25 & 4 \\ 6 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ -2 & 1 \\ 4 & -5 \\ -3 & -2 \end{pmatrix}$$

Задание 3. Вычислить определитель четвертого порядка, предварительно получив максимальное число нулей в строке (столбце).

$$\Delta = \begin{vmatrix} 2 & 4 & -1 & 2 \\ -1 & 2 & 3 & 1 \\ 2 & 5 & 1 & 4 \\ 1 & 2 & 0 & 3 \end{vmatrix}$$

Задание 4. Фирма выпускает три вида продукции, используя пять видов сырья.

Заданы: вектор спроса  $x = (x_1, x_2, x_3)$ ; матрица порядка  $3 \times 5$   $A = [a_{ij}]$  удельных затрат ресурсов ( $a_{ij}$  – расход  $j$ -го вида ресурса на единицу выпуска  $i$ -го вида продукции); вектор цен ресурсов  $c = (c_1, c_2, \dots, c_5)$ . Определить: а) расход каждого ресурса, необходимого для удовлетворения спроса; б) стоимость каждого ресурса (удельные стоимостные затраты, приходящиеся на единицу выпуска продукции каждого вида); в) суммарные затраты на ресурсы, необходимые для удовлетворения заданного спроса.

$$x = (10; 7; 4), c = (7; 4; 5; 10; 2), \quad A = \begin{bmatrix} 5 & 10 & 3 & 9 & 2 \\ 4 & 8 & 5 & 6 & 8 \\ 6 & 12 & 4 & 3 & 10 \end{bmatrix}.$$

### Контрольная работа

#### по теме «Элементы векторной алгебры»

Типовой вариант контрольной работы.

Задание 1. Даны координаты вершин пирамиды ABCD: A(1, 2, 1), B(-1, 1, 0), C(1, -3,

6), D(1, 5, -6).

Требуется записать:

- а) координаты векторов  $\overrightarrow{AC}$ ,  $\overrightarrow{AB}$ ,  $\overrightarrow{AD}$ , в системе орт  $i, j, k$  и найти их длины;
- б) найти угол между векторами  $\overrightarrow{AC}$  и  $\overrightarrow{AB}$ ;
- в) найти проекцию вектора  $\overrightarrow{AD}$  на вектор  $\overrightarrow{AB}$ ;
- г) найти площадь грани ABC;
- д) найти объем пирамиды ABCD;
- е) составить уравнение ребра AC;
- ж) составить уравнение грани ABC.

### Контрольная работа

#### по теме «Системы линейных алгебраических уравнений»

Типовой вариант контрольной работы.

Задание 1. Проверить, что система линейных алгебраических уравнений совместна и решить ее различными известными методами.

$$\begin{cases} 5x + 8y - z = 7 \\ x + 2y + 3z = 1 \\ 2x - 3y + 2z = 9 \end{cases}$$

Задание 2. решить систему уравнений общего вида, предварительно исследовав ее на совместность.

$$\begin{cases} x_1 + 4x_2 - 3x_3 - 6x_4 = 0 \\ 2x_1 + 7x_2 + x_3 - x_4 = 2 \\ x_1 + 7x_2 - 24x_3 + 45x_4 = -6 \end{cases}$$

Шкала и критерии оценивания контрольных работ

| Шкала оценивания       | Критерии оценивания                                                                                                                                                                                                 |
|------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| «отлично»              | Обучающийся глубоко и содержательно раскрывает тему контрольной работы, не допустив ошибок. Ответ носит развернутый и исчерпывающий характер.                                                                       |
| «хорошо»               | Обучающийся в целом раскрывает тему контрольной работы, однако ответ не носит развернутого и исчерпывающего характера.                                                                                              |
| «удовлетворительно»    | Обучающийся в целом раскрывает тему контрольной работы и допускает ряд неточностей, фрагментарно раскрывает содержание теоретических вопросов или их раскрывает содержательно, но допуская значительные неточности. |
| «не удовлетворительно» | Обучающийся не владеет выбранной темой контрольной работы. Тема контрольной работы не раскрыта                                                                                                                      |

## ТИПОВЫЕ ТЕСТОВЫЕ ЗАДАНИЯ

### по теме «Дифференциальное исчисление функции одной независимой переменной»

Типовой вариант теста.

1. Найти производную функции  $y = \sqrt{2x} - \frac{1}{x^2}$ .

Ответ 1)  $y' = \frac{2}{\sqrt{2x}} - \frac{1}{x^3}$ , 2)  $y' = \sqrt{\frac{2}{x}} + \frac{2}{x^3}$ , 3)  $y' = \frac{1}{\sqrt{2x}} + \frac{2}{x^3}$ , 4)  $y' = \frac{1}{\sqrt{2x}} - \frac{2}{x^3}$ , 5) нет

ответа.

2. Найти производную функции  $y = xt g^2 x$ .

Ответ 1)  $y' = t g^2 x + \frac{x}{2 \cos^2 x}$ , 2)  $y' = t g^2 x + \frac{2x}{\cos^2 x}$ , 3)  $y' = t g^2 x + \frac{2xt g x}{\cos^2 x}$ ,

4)  $y' = \frac{2xt g x}{\cos^2 x}$ , 5) нет правильного ответа.

3. Найти производную функции  $y = \frac{\sqrt{x}}{1 + \sqrt{x}}$ .

Ответ 1)  $y' = \frac{1}{2\sqrt{x}(1 + \sqrt{x})}$ , 2)  $y' = \frac{1}{2\sqrt{x}(1 + \sqrt{x})^2}$ , 3)  $y' = \frac{1 - 2\sqrt{x}}{(1 + \sqrt{x})^2}$ ,

4)  $y' = \frac{1 + 2\sqrt{x}}{(1 + \sqrt{x})^2}$ , 5) нет правильного ответа.

4. Найти интервалы убывания функции  $y = 2 - 3x + x^3$ .

Ответ 1)  $(-\infty, -1)$  и  $(1, +\infty)$ , 2)  $(-1, 1)$ , 3)  $(-\infty, -1)$ , 4)  $(1, +\infty)$ , 5) нет правильного ответа.

Найти интервалы вогнутости кривой  $y = 2 - 3x + x^3$

Ответ 1)  $(-\infty, 0)$ , 2)  $(-1, 1)$ , 3)  $(-\infty, -1)$ , 4)  $(0, +\infty)$ , 5) нет правильного ответа.

5. Найти горизонтальные асимптоты кривой  $y = \frac{1 - 2x^2}{x^3 - 1}$ .

Ответ 1)  $y = -2$ , 2)  $y = 2$ , 3)  $y = 0$ , 4)  $y = 1$ , 5) нет правильного ответа.

6. Найти вертикальные асимптоты кривой  $y = \frac{1 - 2x^2}{x^3 - 1}$ .

Ответ 1)  $x = -\frac{1}{2}$ , 2)  $x = \frac{1}{2}$ , 3)  $x = 1, x = -1$ , 4)  $x = 1$ , 5) нет правильного ответа.

Шкала оценивания тестового задания

| % верных решений (ответов) | Шкала оценивания       |
|----------------------------|------------------------|
| 85-100%                    | «отлично»              |
| 70-84%                     | «хорошо»               |
| 51-69%                     | «удовлетворительно»    |
| 50% и менее                | «не удовлетворительно» |

## ПРИМЕРНЫЕ ЗАДАНИЯ ДЛЯ ПРАКТИЧЕСКИХ ЗАНЯТИЙ

### По теме «Аналитическая геометрия на плоскости»

Типовой вариант практического занятия. Решение задач.

**Пример 1.** Привести общее уравнение прямой  $3x+5y+20=0$  к уравнению прямой в отрезках.

**Решение.** Перенесём свободный член 20 в правую часть равенства с противоположным знаком и разделим обе части равенства на (-20), получим:

$$\frac{3x}{-20} + \frac{5y}{-20} = 1 \text{ или } \frac{x}{\frac{-20}{3}} + \frac{y}{\frac{-20}{5}} = 1, \alpha = \frac{-20}{3}, b = \frac{-20}{5}.$$

**Ответ.**  $\frac{x}{\frac{-20}{3}} + \frac{y}{\frac{-20}{5}} = 1.$

**Пример 2.** Получить все виды уравнения прямой, если прямая задана общим уравнением  $3x+4y-5=0$ .

**Решение.** 1). Уравнение прямой с угловым коэффициентом:  $4y=-3x+5 \Rightarrow$

$$y = -\frac{3}{4}x + \frac{5}{4}, k = -\frac{3}{4};$$

2). Уравнение прямой в отрезках:  $3x+4y=5 \Rightarrow \frac{x}{\frac{5}{3}} + \frac{y}{\frac{5}{4}} = 1, a = \frac{5}{3}, b = \frac{5}{4}.$

Каноническое уравнение прямой: возьмём 2 произвольные точки лежащие на прямой  $M_1(0, \frac{5}{4})$  и  $M_2(\frac{5}{3}, 0)$ , вектор  $\overrightarrow{M_1M_2} = \{\frac{5}{3}, -\frac{5}{4}\}$  является направляющим вектором прямой, каноническое уравнение прямой, проходящей через точку  $M_1$  имеет вид  $\frac{x-0}{\frac{5}{3}} = \frac{y-\frac{5}{4}}{-\frac{5}{4}};$

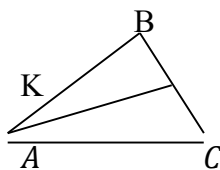
4). Уравнение прямой проходящей через две заданные точки  $M_1, M_2$  имеет вид

$$\frac{x-0}{\frac{5}{3}-0} = \frac{y-\frac{5}{4}}{0-\frac{5}{4}}.$$

### Расстояние от точки до прямой

**Пример 3.** Треугольник задан своими вершинами  $A(1, 2); B(-2, 1); C(3, 2)$ . Найти длину его высоты, опущенной из вершины A.

**Решение.**



$h = AK$ . Высоту найдём, как расстояние от точки A

до прямой BC. Уравнение прямой BC:  $\frac{x+2}{3+2} = \frac{y-1}{2-1}$

$$\Rightarrow \frac{x+2}{5} = \frac{y-1}{1} \text{ или } x-5y+7=0.$$

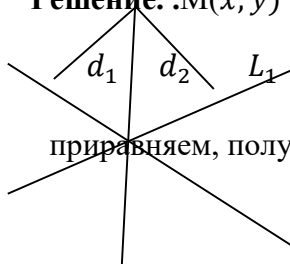
$$h = \frac{|1-5 \cdot 2+7|}{\sqrt{1+25}} = \frac{2}{\sqrt{26}}.$$

**Ответ.**  $h = \frac{2}{\sqrt{26}}$  ед. дл.

**Пример 4.** Составить уравнения биссектрис углов между прямыми

$$L_1: 3x-4y-2=0 \text{ и } L_2: 5x+12y-1=0.$$

**Решение.**  $M(\bar{x}, \bar{y})$



$$d_1 = d_2, d_1 = \frac{|3\bar{x}-4\bar{y}-2|}{\sqrt{9+16}}, d_2 = \frac{|5\bar{x}+12\bar{y}-1|}{\sqrt{25+144}},$$

приравняем, получим  $\frac{3\bar{x}-4\bar{y}-2}{5} = \pm \frac{5\bar{x}+12\bar{y}-1}{13}; 14x-112y-21=0 \text{ и } L_2: 64x+8y-21=0.$

**Пример 6.** Написать уравнение прямой, проходящей через точку М пересечения прямых  $5x - y + 10 = 0$  и  $8x + 4y + 9 = 0$  и параллельно прямой  $x + 3y = 0$ .

**Решение.** Запишем уравнение пучка  $5x - y + 10 + \lambda (8x + 4y + 9) = 0$ .

$\vec{N}_1 = \{5 + 8\lambda; 4\lambda - 1\}$ ,  $\vec{N} = \{1; 3\}$ . Векторы  $\vec{N}_1$  и  $\vec{N}$  параллельны, в координатах  $\frac{5+8\lambda}{1} = \frac{4\lambda-1}{3}$  отсюда  $15 + 24\lambda - 4\lambda + 1 = 0$  или  $20\lambda + 16 = 0 \rightarrow \lambda = \frac{-16}{20} = \frac{-4}{5}$ ,  $(5 - \frac{32}{5})x - (\frac{16}{5} + 1)y + (10 - \frac{36}{5}) = 0 \Rightarrow x + 3y + 2 = 0$ .

### Кривые второго порядка

**Пример 7.** Привести уравнение окружности  $x^2 + y^2 - 2x + 4y - 11 = 0$  к каноническому виду.

**Решение.** Каноническое уравнение окружности  $(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$ ,  $C(a, b)$  - центр окружности,  $r$  - радиус окружности.

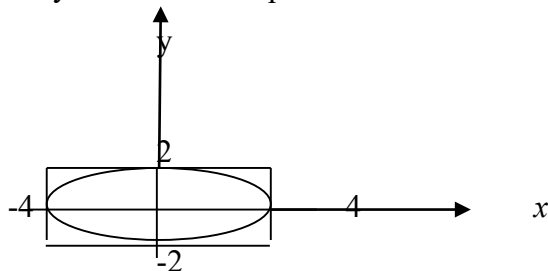
Выделяем полные квадраты при переменных  $x$  и  $y$ .

$$(x^2 - 2x + 1) - 1 + (y^2 + 4y + 4) - 4 - 11 = 0 \Rightarrow (x - 1)^2 + (y + 2)^2 = 16.$$

**Ответ.**  $(x - 1)^2 + (y + 2)^2 = 16$ ,  $C(1, -2)$ ,  $r = 4$ .

**Пример 8.** Построить эллипс  $x^2 + 4y^2 = 16$ , найти  $\varepsilon$  и фокусы.

**Решение.** Уравнение запишем в виде  $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{4} = 1$ ,  $a = 4, b = 2$ ,  $c = \sqrt{a^2 - b^2} = \sqrt{20}$ ,  $\varepsilon = \frac{\sqrt{20}}{4} = \frac{\sqrt{5}}{2}$ . Чтобы построить эллипс, на осях координат отложим  $2a = 8$  по оси  $Ox$ ,  $2b = 4$  по оси  $Oy$ , построим прямоугольник со сторонами 8 и 4 и в него впишем эллипс.



**Пример 9.** Дана парабола  $y^2 = 6x$ . Составить уравнение её директрисы и найти её фокус.

**Решение.**  $2p = 6$ ;  $p = 3$ ,  $x = -\frac{p}{2} = -\frac{3}{2}$  - уравнение директрисы.  $F(\frac{3}{2}, 0)$  - фокус.

### Критерии оценки:

Следует придерживаться следующих требований при выставлении оценки:

Оценка «отлично» выставляется, если в работе 90 % ответов являются верными.

Оценка «хорошо» выставляется, если в работе 70 % ответов являются верными.

Оценка «удовлетворительно» выставляется, если в работе 45% ответов являются верными.

Оценка «неудовлетворительно» выставляется, если студентом дано меньше 45% правильных ответов.

Шкала оценивания тестового задания

| <b>% верных решений (ответов)</b> | <b>Шкала оценивания</b> |
|-----------------------------------|-------------------------|
| 85-100%                           | «отлично»               |
| 70-84%                            | «хорошо»                |
| 51-69%                            | «удовлетворительно»     |
| 50% и менее                       | «не удовлетворительно»  |

## 2.2 Промежуточная аттестация

### ПРИМЕРНЫЙ ПЕРЕЧЕНЬ ВОПРОСОВ ДЛЯ ПОДГОТОВКИ К ЗАЧЕТУ И ЗАЧЕТУ С ОЦЕНКОЙ

1. Понятие  $n$ -мерного вектора. Соответствие между двумерными векторами и точками координатной плоскости.
2. Сравнение векторов: нулевой вектор, равенство и неравенства между векторами; неотрицательный ортант  $R^n_+$ . Арифметические операции над векторами, их свойства и геометрическая интерпретация в  $R^2$ . Понятие векторного пространства.
3. Скалярное произведение векторов и его свойства. Норма (длина) вектора; расстояние между векторами (точками в  $R^n$ ).
4. Угол между векторами; ортогональность векторов. Стандартный базис и разложение произвольного вектора по базису. Направляющие косинусы векторов.
5. Различные уравнения прямой на плоскости.
6. Различные уравнения плоскости и ее нормаль. Полупространства в  $R^n$ , их геометрическая интерпретация в  $R^n$ .
7. Кривые второго порядка. Общее уравнение кривой.
8. Окружность, каноническое уравнение, основные характеристики.
9. Эллипс, каноническое уравнение, основные характеристики.
10. Гипербола, каноническое уравнение, основные характеристики.
11. Парабола, каноническое уравнение, основные характеристики.
12. Понятие матрицы, виды матриц, операции над матрицами и их свойства.
13. Векторно-матричные операции: произведение матрицы на вектор как линейное преобразование векторов; его представление через векторы - столбцы и векторы

строки матрицы.

14. Определитель матрицы и его свойства. Определители матриц 2-го и 3-го порядков.
15. Миноры и алгебраические дополнения элементов матрицы.
16. Свойства определителей и вычисление определителей произвольного порядка.
17. Обратная матрица, условие ее существования и способ нахождения.
18. Однородные и неоднородные системы, решения системы, совместные и несовместные системы, определенные и неопределенные системы.
19. Решение в матричной форме, правило Крамера.
20. Ранг матрицы и его нахождение.
21. Общие системы линейных уравнений: условие совместности однородных и неоднородных систем (теорема Кронекера-Капелли): базисное решение. Метод исключения Гаусса.
22. Понятие множества. Способы описания множеств и операций над ними: объединение, пересечение, дополнение. Равенство множеств. Пустое множество.
23. Отображение одного множества в другое; область определения, область значений, график отображения.
24. Множество вещественных чисел. Арифметические операции над вещественными числами и их упорядочение. Непрерывность множества вещественных чисел.
25. Ограниченные числовые множества, максимумы, минимумы и точные грани числовых множеств.
26. Числовые (скалярные) функции одной переменной: определение; область определения и множества значений; примеры из экономической теории.
27. График функции и уравнение графика функции. Способы задания функций. Классификация функций.
28. Понятие максимума, минимума и точных верхней и нижней граней функции. Понятия сложной и обратной функции.
29. Функции спроса и цены спроса.
30. Предел функции в точке понятие предела на бесконечности.
31. Предел арифметических операций над функциями с общей областью определения. Предельный переход в неравенствах.
32. Первый и второй замечательные пределы.



33. Бесконечно малые и бесконечно большие функции. Связь бесконечно малых функций с пределом функции. Свойства и сравнение бесконечно малых функций.
34. Непрерывность функции. Непрерывность на отрезке и интервале.
35. Арифметические операции над непрерывными функциями. Непрерывность элементарных функций.
36. Точки разрыва функции и их классификация. Кусочно-непрерывные функции. Монотонные функции; виды разрывов монотонной функции.
37. Примеры непрерывных и разрывных экономических показателей и процессов.
38. Производная: определение производной и ее геометрический смысл, уравнение касательной к графику дифференцируемой функции.
39. Дифференцируемость и дифференциал функции. Непрерывность дифференцируемой функции, необходимое и достаточное условие дифференцируемости, геометрический смысл дифференциала и его использование для приближенного вычисления значения функции.
40. Понятие о предельном анализе в экономике: производная как показатель мгновенного прироста или скорости изменения функции; простейшие предельные характеристики – предельный доход; предельная прибыль; предельный продукт.
41. Дифференцирование суммы, разности, произведения и частного. Производные постоянной, степенной, тригонометрических и логарифмических функций.
42. Производная обратной функции. Производные показательной и обратных тригонометрических функций. Производная сложной функции. Логарифмическая производная и ее интерпретация как темпа прироста функции.
43. Эластичность функции. Производная показательно-степенной функции и степенной функции с произвольным вещественным показателем.

#### Шкала и критерии оценивания зачета

| Шкала оценивания | Критерии оценивания                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          |
|------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| «зачтено»        | Оценка «зачтено» выставляется студенту, который <ul style="list-style-type: none"> <li>- прочно усвоил предусмотренный программный материал;</li> <li>- правильно, аргументировано ответил на все вопросы, с приведением примеров;</li> <li>- показал глубокие систематизированные знания, владеет приемами рассуждения и сопоставляет материал из разных источников: теорию связывает с практикой, другими темами данного курса, других изучаемых предметов</li> <li>- без ошибок выполнил практическое задание.</li> </ul> |

|              |                                                                                                                                                                                                                                                                                                 |
|--------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| «не зачтено» | Оценка «не зачтено» выставляется обучающемуся, если: он не знает основных определений, непоследователен и сбивчив в изложении материала, не обладает определенной системой знаний по дисциплине, не в полной мере владеет необходимыми умениями и навыками при выполнении практических заданий. |
|--------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|

### Шкала и критерии оценивания зачета с оценкой

| Шкала оценивания       | Критерии оценивания                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              |
|------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| «отлично»              | Оценка «отлично» ставится, если студент полно излагает материал (отвечает на вопрос), дает правильное определение основных понятий; обнаруживает понимание материала, может обосновать свои суждения, применить знания на практике, привести необходимые примеры не только из учебника, но и самостоятельно составленные; излагает материал последовательно и правильно с точки зрения норм литературного языка. |
| «хорошо»               | Оценка «хорошо» ставится, если студент дает ответ, удовлетворяющий тем же требованиям, что и для оценки «отлично», но допускает 1–2 ошибки, которые сам же исправляет, и 1–2 недочета в последовательности и языковом оформлении излагаемого.                                                                                                                                                                    |
| «удовлетворительно»    | Оценка «удовлетворительно» ставится, если студент обнаруживает знание и понимание основных положений данной темы, но излагает материал неполно и допускает неточности в определении понятий или формулировке правил; не умеет достаточно глубоко и доказательно обосновать свои суждения и привести свои примеры; излагает материал непоследовательно и допускает ошибки в языковом оформлении излагаемого.      |
| «не удовлетворительно» | Оценка «неудовлетворительно» ставится, если студент обнаруживает незнание большей части соответствующего вопроса, допускает ошибки в формулировке определений и правил, искажающие их смысл, беспорядочно и неуверенно излагает материал.                                                                                                                                                                        |